Всероссийская олимпиада школьников по математике

2018–2019 уч. г.

Школьный этап

11 класс

Задача 1. Докажите, что уравнение x²+2²⁰¹⁸x+2²⁰¹⁹=0 не имеет целых корней.

Задача 2. На школьном спектакле все 25 мест в первом ряду заняты школьниками. Известно, что

• никакие две девочки в этом ряду не сидят рядом;

• рядом с каждым мальчиком сидит ещё хотя бы один мальчик;

• всего в первом ряду сидят 9 девочек.

Могло ли так оказаться, что на центральном месте в ряду сидит мальчик? (Ответ обоснуйте.)

Задача 3. Назовём трёхзначное число *интересным,* если хотя бы одна его цифра делится на 3. Какое наибольшее количество подряд идущих интересных чисел может быть? (Приведите пример и докажите, что больше чисел получить нельзя.)

Задача 4. Выпуклый четырёхугольник ABCD таков, что ∠BAC=∠BDA и ∠BAD=∠ADC=60°. Найдите длину AD, если известно, что AB=14, CD=6.

Задача 5. На доске написано число ноль. Петру разрешается совершать следующие операции:

• применить к одному из написанных на доске чисел тригонометрическую (sin, cos, tg или ctg) или обратную тригонометрическую (arcsin, arccos, arctg или arcctg) функцию и написать результат на доске;

• написать на доске частное или произведение двух уже написанных чисел.

Помогите Петру написать на доске (3)1/2.

Задача 6. Внутри шляпы волшебника живут 100 кроликов: белые, синие и зелёные. Известно, что если произвольным образом вытащить из шляпы 81 кролика, то среди них обязательно найдутся три разноцветных. Какое наименьшее количество кроликов нужно достать из шляпы, чтобы среди них точно было два разноцветных?

Письменная олимпиада.

За полное решение каждой задачи даётся 4 балла.