Всероссийская олимпиада школьников по математике

2018–2019 уч. г.

Школьный этап

10 класс

Задача 1. Есть три брата-акробата. Их средний рост — 1 метр 74 сантиметра. А средний рост двух из этих братьев: самого высокого и самого низкого — 1 метр 75 сантиметров. Какого роста средний брат? Ответ обоснуйте.

Задача 2. Карина достала из коробка несколько спичек и собрала из них сетку 3 на 7 из квадратиков со стороной в одну спичку. Какое минимальное количество спичек ей нужно ещё достать из коробка, чтобы из всех спичек она смогла собрать сетку в форме квадрата? (Квадратики сетки опять должны иметь сторону в одну спичку. Лишних спичек остаться не должно.)

Задача 3. Назовём трёхзначное число *интересным,* если хотя бы одна его цифра делится на 3. Какое наибольшее количество подряд идущих интересных чисел может быть? (Приведите пример и докажите, что больше чисел получить нельзя.)

Задача 4. Числа от 1 до 50 написаны на карточках. Можно ли разложить эти карточки в 11 мешков (чтобы в каждый мешок попала хотя бы одна карточка) так, чтобы в каждом мешке произведение чисел на карточках делилось на 9?

Задача 5. Дано положительное число a. Известно, что уравнение x/5 +1 =ax имеет ровно два положительных корня, и отношение большего из них к меньшему равно 2018. Уравнение x³+1=ax² также имеет ровно два положительных корня. Докажите, что отношение большего из них к меньшему также равно 2018.

Задача 6. Пятачок и Винни-Пух решили съесть квадратную шоколадку 7 на 7. Они поочерёдно по клеточкам выедают из неё кусочки: Пятачок — 1×1, Винни-Пух — 2×1 или 1×2 (кусочки можно выедать не обязательно с краю). Первый ход делает Пятачок. Если перед ходом Винни-Пуха в шоколадке не осталось ни одного кусочка 2×1 или 1×2, то вся оставшаяся шоколадка достаётся Пятачку. Кто из друзей сможет съесть больше половины всей шоколадки вне зависимости от действий второго?

Письменная олимпиада.

За полное решение каждой задачи даётся 4 балла.