Всероссийская олимпиада школьников по математике

2018–2019 уч. г.

Школьный этап

7 класс

Решения

Задача 1. Лёня умеет умножать числа на 7, Глеб — прибавлять 3, Саша — делить на 4, Андрей — вычитать 5. В каком порядке им нужно выполнять свои операции (каждую ровно 1 раз), чтобы получить из числа 8 число 30?

*Ответ:* (8 /4 +3)\*7 −5.

*Замечание.* Это единственное возможное решение.

## Критерии

4 б. Приведён верный ответ.

В качестве ответа достаточно выписать арифметический пример.

Задача 2. Существует ли дробь, равная 7/13, разность знаменателя и числителя которой равна 24?

*Ответ:* да, существует, 28/52.

*Решение.* Так как 7/13 — несократимая дробь, любая равная ей дробь имеет вид

7x/13x, где *x* — некоторое натуральное число. При этом разность знаменателя и числителя такой дроби будет равна 6*x*. Имеем 6*x* =24, следовательно, *x* =4. Это единственная дробь, подходящая под условие задачи.

## Критерии

4 б. Приведён верный пример, либо доказано, что такая дробь существует.

Задача 3. Карина достала из коробка несколько спичек и собрала из них сетку 5 × 1 из квадратиков со стороной в одну спичку.

Какое минимальное количество спичек ей нужно ещё достать из коробка, чтобы из всех спичек она смогла собрать сетку в форме квадрата? (Квадратики сетки опять должны иметь сторону в одну спичку. Лишних спичек остаться не должно.)

*Ответ:* 8.

*Решение.* В исходной прямоугольной сетке 16 спичек. В квадратной сетке 2×2 всего 12 спичек, а в сетке 3 × 3 — 24.

Следовательно, нам необходимо добавить 8 спичек.

## Критерии

1. б. Только верный ответ.
2. б. Указано, что нужно 8 спичек, чтобы получить квадрат 3 × 3.

4 б. Приведён верный ответ и полное обоснование.

В качестве обоснования засчитывается указание на количество спичек в квадратах 2 × 2 и 3 × 3.

Задача 4. Есть 10 одинаковых бассейнов и два шланга с разным напором. Известно, что первый шланг наполняет бассейн в 5 раз быстрее, чем второй. Петя и Вася начали заполнять каждый по 5 бассейнов, Петя первым шлангом, а Вася — вторым. Известно, что Петя закончил на час раньше. За какое время Вася заполнил свои 5 бассейнов?

*Ответ:* 1 час 15 минут.

*Решение.* Пусть Петя заполняет один бассейн за время *x*, тогда Вася заполняет один бассейн за время 5*x* (так как второй шланг в пять раз медленнее заполняет один бассейн).

Тогда свои пять бассейнов Петя заполнит за время 5*x*, а Вася свои — за 25*x*.

Получаем уравнение 25*x* −5*x* =1, откуда *x* =3 мин. Тогда Вася заполнит свои бассейны за 25*x* =25\*3 =75 мин =1 ч 15 мин.

## Критерии

1 б. Только верный ответ без обоснования.

1. б. Верно найдено время заполнения одного бассейна любым шлангом.
2. б. Приведён верный ответ и обоснование.

Задача 5. У короля есть 10 мудрецов. Однажды он выдал первому мудрецу одну золотую монету, второму — две монеты, третьему — три, ..., десятому — десять. Затем он сказал, что каждую минуту мудрецы могут попросить его выдать девяти из них по одной золотой монете. Если в какой-то момент у всех мудрецов монет будет поровну, то они могут их забрать. Смогут ли мудрецы забрать золото?

*Ответ:* да, смогут.

*Решение.* Каждое действие короля представляется в виде двух последовательных действий:

выдаём по одной монете всем мудрецам;

отбираем одну монету у одного из мудрецов.

Тогда назовём действием первого типа то, где монета отбирается у первого мудреца; действием второго типа то, где монета отбирается у второго мудреца;

...;

действием десятого типа — монета отбирается у десятого мудреца.

Следовательно, если выполнить следующие 55 действий:

одно действие первого типа; два действия второго типа; три действия третьего типа; ... десять действий десятого типа, то каждому мудрецу достанется ещё по 55 золотых монет, но при этом у каждого мудреца будет отобрано ровно столько монет, какой он по счёту.

Выходит, что спустя эти 55 действий у всех будет ровно по 55 монет.

## Критерии

0 б. Верный ответ без обоснования.

1. б. Описан верный алгоритм, но нет объяснения, почему он приводит к равенству монет у всех мудрецов.
2. б. Описан верный алгоритм, и имеется его обоснование.