Всероссийская олимпиада школьников по математике

2018–2019 уч. г.

Школьный этап

6 класс

Решения

Задача 1. Лёня умеет умножать числа на 7, Глеб — прибавлять 3, Саша — делить на 4, Андрей — вычитать 5. В каком порядке им нужно выполнять свои операции (каждую ровно 1 раз), чтобы получить из числа 8 число 30?

*Ответ: (*8 /4 +3) \*7 −5.

*Замечание.* Это единственное возможное решение.

## Критерии

4 б. Приведён верный ответ.

В качестве ответа достаточно выписать арифметический пример.

Задача 2. Карина достала из коробка несколько спичек и собрала из них сетку 5 × 1 из квадратиков со стороной в одну спичку.

Какое минимальное количество спичек ей нужно ещё достать из коробка, чтобы из всех спичек она смогла собрать сетку в форме квадрата? (Квадратики сетки опять должны иметь сторону в одну спичку. Лишних спичек остаться не должно.)

*Ответ:* 8.

*Решение.* В исходной прямоугольной сетке 16 спичек. В квадратной сетке 2×2 всего 12 спичек, а в сетке 3 × 3 — 24.

Следовательно, нам необходимо добавить 8 спичек.

## Критерии

1. б. Только верный ответ.
2. б. Указано, что нужно 8 спичек, чтобы получить квадрат 3 × 3.

4 б. Приведён верный ответ и полное обоснование.

В качестве обоснования засчитывается указание на количество спичек в квадратах 2 × 2 и 3 × 3.

Задача 3. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды 6 жителей острова собрались вместе и каждый сказал: «Среди остальных пятерых ровно четыре лжеца!». Сколько рыцарей могло среди них быть?

*Ответ:* 0 или 2.

*Решение.* Разберём два случая: среди собравшихся либо есть рыцарь, либо нет.

Если среди них есть хотя бы один рыцарь, то он сказал правду, и среди собравшихся четыре лжеца. Второй рыцарь при этом тоже сказал правду, а лжецы солгали, то есть такой случай возможен.

Если же рыцарей нет, то все присутствующие — лжецы, и они все солгали, то есть такой случай тоже возможен.

## Критерии

1 б. Только верный ответ (оба числа) без обоснования.

1. б. Дан один из ответов, и пояснено, почему он подходит.
2. б. Даны оба ответа, и пояснено, почему они подходят.
3. б. Дан верный ответ, и доказано, что никакие другие ответы не подходят.

Задача 4. Маша написала на доске трёхзначное число, а Вера написала рядом такое же число, но перепутала две последние цифры местами. После этого Полина сложила полученные числа и получила четырёхзначную сумму, первые три цифры которой — 195. Какова последняя цифра этой суммы? (Ответ нужно обосновать.)

*Ответ:* 4.

*Решение.* Пусть Маша написала число 100*x* +10*y* +*z*. Тогда Вера написала число 100*x* +10*z* +*y*, и сумма этих чисел равна 200*x* +11*y* +11*z*. При *x* <=8 это выражение не превышает 1798, а значит, начинаться на 195 не может. Таким образом, *x* =9. Тогда 11(*y* +*z*) — трёхзначное число, начинающееся на 15. Из трёхзначных чисел, начинающихся на 15, на 11 делится только 154, значит, последняя цифра суммы — 4.

*Замечание.* Машей могли быть написаны числа 959, 968, 977, 986 или 995.

## Критерии

1. б. Приведён верный ответ.
2. б. Получено, что число Маши начинается с цифры 9, но дальнейших продвижений нет.
3. б. Приведён пример трёхзначного числа, для которого выполнено условие задачи.
4. б. Получено, что число Маши начинается с цифры 9, а также приведён пример трёхзначного числа, для которого выполнено условие задачи.
5. б. Приведён верный ответ и обоснование.

Задача 5. Вася и Петя живут в горах и любят ходить друг к другу в гости. При этом в гору они поднимаются со скоростью 3 км/ч, а с горы спускаются со скоростью 6 км/ч (горизонтальных участков дороги нет). Вася посчитал, что до Пети он идёт 2 часа 30 минут, а обратно 3 часа 30 минут. Какое расстояние между домами Васи и Пети?

*Ответ:* 12км.

*Решение.* Дорога от Пети до Васи и обратно занимает 6 часов, при этом, так как в гору идти в два раза медленнее, чем под гору, на все подъёмы ребята тратят в два раза больше времени, чем на спуски.

Таким образом, если идти от Пети до Васи и обратно, то на спуски будет потрачено 2 часа, а на подъёмы — 4 часа, то есть длина подобного маршрута равна (6\*2 +4\*3) =24 км*.*

Следовательно, расстояние от Пети до Васи равно 12км*.*

## Критерии

1. б. Только верный ответ без обоснования.
2. б. Задача решена только для частного случая, например, если между Петей и Васей ровно один подъём и ровно один спуск.

4 б. Приведён верный ответ и обоснование.