Всероссийская олимпиада школьников по математике

2018–2019 уч. г.

Школьный этап

5 класс

Решения

Задача 1. Впишите в квадратики числа от 1 до 5, чтобы получилось верное равенство (каждое число используется ровно один раз): +  *.*

Достаточно привести один пример.

*Ответ:* 1 +2 =3 /(5 −4).

*Замечание.* Возможны и другие примеры.

## Критерии

1. б. Приведён верный пример.

Задача 2. Три пустые корзины для фруктов стоят в ряд. Даша кладёт яблоки по одному в корзины в таком порядке: первая, вторая, третья, вторая, первая, вторая, третья, вторая, первая и т.д. Она закончит, когда во второй корзине окажется 13 яблок. В какой из двух корзин, первой или третьей, окажется больше яблок? Ответ нужно обосновать.

*Ответ:* в первой корзине яблок больше.

*Решение.* Разобьём все действия Даши на пары следующим образом:

она кладёт по яблоку в первую и во вторую корзины;

кладёт по яблоку в третью и во вторую корзины;

кладёт по яблоку в первую и во вторую корзины;

кладёт по яблоку в третью и во вторую корзины

* и так далее.

Каждая такая пара действий заканчивается тем, что Даша кладёт яблоко во вторую корзину. Таким образом, будет совершено ровно 13 пар действий. Это означает, что в первой корзине окажется 7 яблок, а во второй — 6 яблок.

## Критерии

1 б. Есть только верный ответ.

5 б. Присутствуют верный ответ и обоснование.

В качестве обоснования засчитывается «картинка», на которой изображено, сколько яблок в какую корзину в итоге попало.

Задача 4. Как известно, чашечные весы приходят в равновесие, когда на обеих чашах одинаковый вес. На одной чаше весов лежат 9 одинаковых алмазов, а на другой — 4 одинаковых изумруда. Если добавить один такой же изумруд к алмазам, то весы будут уравновешены. Сколько алмазов уравновесят один изумруд? Ответ нужно обосновать.

*Ответ:* 3 алмаза.

*Решение.* Из условия задачи следует, что 9 алмазов и 1 изумруд весят столько же, сколько и 4 изумруда. Таким образом, если убрать с обеих чаш весов по одному изумруду, то равенство сохранится, то есть 9 алмазов весят столько же, сколько и 3 изумруда. А это означает, что 3 алмаза весят столько же, сколько и 1 изумруд.

## Критерии

1 б. Получен верный ответ.

5 б. Присутствуют верный ответ и обоснование.

Если в работе упомянуто (или изображено) три случая равновесия весов:

* 9 алмазов и 1 изумруд уравновешивают 4 изумруда,
* 9 алмазов уравновешивают 3 изумруда,
* 3 алмаза уравновешивают 1 изумруд,

то это считается верным обоснованием.

Задача 5. Шесть гномов сидят за круглым столом. Известно, что ровно два гнома всегда говорят правду, и они сидят рядом. Кроме этого, ровно два гнома всегда врут, и они тоже сидят рядом. Оставшиеся два гнома могут как врать, так и говорить правду, и они не сидят рядом. Искатель сокровищ ходит вокруг стола и спрашивает гномов, где они спрятали золото.

* Первый гном сказал, что в пещере.
* Второй сказал — на дне озера.
* Третий сказал — в замке.
* Четвёртый сказал — в сказочном лесу.
* Пятый сказал — на дне озера.

Где гномы спрятали золото? Ответ нужно обосновать.

*Ответ:* в пещере.

*Решение.* У нас есть два гнома, которые всегда говорят правду. Назовём их правдивыми гномами (обозначим буквой п).

Есть два гнома, которые всегда врут. Назовём их лжецами (обозначим буквой л).

И есть два гнома, которые могут и врать, и говорить правду. Назовём их обычными гномами (обозначим буквой о).

Из условия задачи следует, что расположение гномов следующее: П – П – О – Л – Л – О.

Так как два правдивых гнома сидят подряд, у нас должно быть два одинаковых ответа подряд. Но такого нет, значит, правдивыми гномами будут либо первый и шестой гномы, либо пятый и шестой.

Но напротив каждого правдивого гнома сидит лжец, поэтому пятый гном не может быть правдивым (так как второй гном ответил то же самое, что и он). Таким образом, первый и шестой гном правдивые. Значит, золото спрятано в пещере.

## Критерии

1. б. Приведён верный ответ.
2. б. Указано расположение правдивых, обычных и лживых гномов, а также приведён верный ответ.

5 б. Приведён верный ответ и обоснование.