**7 класс**

**1**. Начертите четыре луча *OA*, *OB*, *OC* и *OD* с общим началом так, чтобы на этом чертеже нашлись углы в 100, 110, 120, 130 и 140 градусов. Запишите, какие именно углы имеют указанные величины.

**2.** Гарри, Рон и Гермиона хотели купить одинаковые непромокаемые мантии. Однако им не хватало денег: Рону – трети цены мантии, Гермионе – четверти, а Гарри – одной пятой цены мантии. Когда на распродаже цена мантии упала на 9,4 сиклей, друзья объединили свои сбережения и купили три мантии, потратив все деньги. Сколько сиклей стоила одна мантия до снижения цены?

**3.** Каждый из тринадцати гномов – рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Однажды все гномы по очереди сделали заявление: “Среди заявлений, сделанных ранее, ложных ровно на два больше, чем истинных”. Сколько рыцарей могло быть среди гномов?

**4.** На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна 154.

**5.** В каждой вершине куба живёт число, не обязательно положительное. Все восемь чисел различны. Если число равно сумме трёх чисел, живущих в соседних с ним вершинах, то оно счастливо. Какое наибольшее количество счастливых чисел может жить в вершинах куба?

**7 класс с ответами.**

**1**. Начертите четыре луча *OA*, *OB*, *OC* и *OD* с общим началом так, чтобы на этом чертеже нашлись углы в 100, 110, 120, 130 и 140 градусов. Запишите, какие именно углы имеют указанные величины.

*Решение. Можно действовать следующим образом: сначала провести лучи OA, OB и OD так, что угол AOB = 120, угол BOD = 140, угол AOD = 100. Это возможно, так как сумма таких углов равна 360°. Затем провести луч OC между сторонами угла BOD так, чтобы угол COD = 10, тогда угол AOC = 110, угол BOC = 130.*

**Ответ**: угол *AOD* = 100, угол <*AOC* = 110, угол *AOB* = 120, угол *BOC* = 130, угол *BОD* = 140.

Критерии проверки.

“*+*” *Приведен верный чертеж и верно записаны все требуемые углы*

“*±*” *Приведен верный чертеж, на котором отмечена часть требуемых углов (либо записана отдельно), а остальные углы однозначно восстанавливаются*

“-+” *Приведен правдоподобный чертеж, но по имеющимся записям требуемые углы не восстанавливаются однозначно*

“–” *Приведен неверный чертеж или он отсутствует*

**2.** Гарри, Рон и Гермиона хотели купить одинаковые непромокаемые мантии. Однако им не хватало денег: Рону – трети цены мантии, Гермионе – четверти, а Гарри – одной пятой цены мантии. Когда на распродаже цена мантии упала на 9,4 сиклей, друзья объединили свои сбережения и купили три мантии, потратив все деньги. Сколько сиклей стоила одна мантия до снижения цены?

**Решение**. Пусть мантия стоила *X* сиклей, тогда Рону не хватало X/3 сиклей, Гермионе – X/4 сиклей, а Гарри – X/5 сиклей. Так как для покупки трех мантий им не хватило 9,4\*3 =28,2 сикля, то X/3 +X/4 +X/5 =28,2. Решая это уравнение, получим: *X* = 36.

**Ответ**: 36 сиклей.

Критерии проверки.

“*+*” *Приведено верное обоснованное решение и получен верный ответ*

“*±*” *Верно и обосновано составлено уравнение, но решение не закончено или в нем допущена вычислительная ошибка*

“-+” *Приведен верный ответ и показано, что он удовлетворяет условию*

“-+” *Приведен только верный ответ*

“–” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*

**3.** Каждый из тринадцати гномов – рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Однажды все гномы по очереди сделали заявление: “Среди заявлений, сделанных ранее, ложных ровно на два больше, чем истинных”. Сколько рыцарей могло быть среди гномов?

**Решение**. Первые два утверждения заведомо ложные, так как до каждого из них было сделано менее двух заявлений. Третье заявление истинно, так как до него было произнесено 2 ложных заявления и ноль истинных. Четвертое заявление ложно, так как к двум ложным заявлениям добавилось одно истинное, а пятое заявление снова истинно.

Рассуждая аналогично, получим, что все гномы, делающие далее чётное утверждение, говорили ложь, а гномы, делающие нечётное утверждение, говорили правду. Таким образом, рыцарями являются гномы, выступавшие под номерами: 3, 5, 7, 9, 11 и 13.

**Ответ**: 6.

Критерии проверки.

“*+*” *Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ*

“*±*” *Приведено верное в целом рассуждение, содержащее незначительные пробелы или неточности и получен верный ответ*

“-+” *Верно указаны номера гномов, сказавших правду, но это никак не обосновано*

“–” *Приведен только ответ*

“–” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*

**4.** На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна 154.

**Решение**. Из условия задачи следует, что длина стороны каждого квадрата – натуральное число, причем длина стороны каждого квадрата является делителем длины стороны предыдущего. Пусть длина стороны маленького квадрата равна *a*, среднего – *k\*a*, большого – *m\*k\*a*. Тогда (*m\*k\*a*)2 +(*k\*a*)2 +*a*2 =154; *a*2\*(*m*2\**k*2 +*k*2 +1) =154.

Из полученного равенства следует, что 154 кратно *a*2. Так как 154 =2\*7\*11, то оно кратно только 12, то есть *a* =1. Тогда *k*2\*(*m*2 +1) =153. Следовательно, 153 делится на *k*2. Учитывая, что 153 =32\*17 и *k* > 1, получим: *k* =3. Подставляя найденное значение *k* в предыдущее равенство, получим, что *m* =4. Таким образом, длины сторон квадратов равны: маленького – 1, среднего – 3, большого – 12.

**Ответ**: 12, 3 и 1 соответственно.

Критерии проверки.

“*+*” *Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ*

“*±*” *Приведено верное в целом рассуждение, содержащее незначительные пробелы или неточности и получен верный ответ*

“-+” *Из соображений делимости получено первое равенство, но дальнейшие выводы не верны или отсутствуют*

“-+” *Приведен верный ответ и проверено, что он удовлетворяет условию*

“–” *Приведен только ответ*

“–” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*

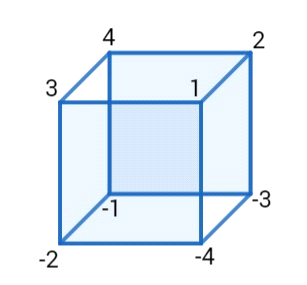


Рис. 7.5

**5.** В каждой вершине куба живёт число, не обязательно положительное. Все восемь чисел различны. Если число равно сумме трёх чисел, живущих в соседних с ним вершинах, то оно счастливо. Какое наибольшее количество счастливых чисел может жить в вершинах куба?

**Решение**. Обозначим вершины куба через A, B, C, D, A1, B1, C1, D1. Тогда получим следующие равенства:

A =B +D +A1;

B =A +C +B1;

C =B +D +C1;

D =A +C +D1;

A1 =A +B1 +D1;

B1 =B +A1 +C1;

C1 =C +B1 +D1;

D1 =D +A1 +C1.

Одним из решений является комбинация:

A =2, B=1, C=3, D=4, A1 =-3, B1 =-4, C1 =-2, D1 =-1.

Легко проверить, что в каждой вершине куба стоит счастливое число.

*Существуют и другие примеры*.

**Ответ**: 8.

Критерии проверки.

“*+*” *Приведены верный ответ и верный пример*

“–” *Приведен только ответ*

“–” *Приведен неверный пример или он отсутствует*